

不連続制御器を用いた MonoRotor 飛行ロボットの非平衡点への周期安定化

Periodic Motion Control for MonoRotor type Flying Robot at Non-equilibrium Point via Discontinuous Controller

東京工業大学 片岡 泰之 関口 和真 三平 満司
Y.Kataoka, K.Sekiguchi and M. Sampei

Abstract This paper proposes a nonlinear controller realizing periodic motion to MonoRotor type flying robot having no equilibrium point. The control target is semi-hovering; a motion that passes desired non-equilibrium point at which position and attitude stop periodically. In order to achieve this control objective, we propose discontinuous and time-varying output zeroing function which allows Zero Dynamics to be controlled, showing validity by numerical simulation.

1 はじめに

本論文では、飛行ロボットの例である MonoRotor モデルを制御対象に周期安定化制御問題を考える。MonoRotor モデルは劣駆動であることに加え、局所漸近可安定性がないシステムである。そこで制御目標として、Fig.1 に示す擬似ホバリング運動を考える。ここで意味する擬似ホバリングとは、「ある周期毎に所望の高さ z と所望のヨー角 ψ で一瞬静止する周期運動」と定義する。制御戦略として、擬似ホバリングの制御問題を二階層に切り分ける。まず第一階層では、時変な出力零化制御によって姿勢を制御する。次に第二階層では、Zero Dynamics である高さを姿勢に同期するように制御する。このとき、第一階層の姿勢制御を維持するように出力関数を離散的に更新することにより、Zero Dynamics を独立に制御する不連続かつ時変な出力零化制御を提案する。

2 モデリング

Fig.2 に制御対象である MonoRotor モデルを示す。本モデルの特性として、入力トルクの反作用が寄与することとプロペラの推進力は回転の角速度の二乗に比例することを仮定する。各変数と物理パラメータはそれぞれ Table1, Table2 の定義に従う。ラグランジの方法により導出された状態方程式から、初期時刻を $t = t_k$ とした時の一階の非ホロノミック拘束式 (1) を得る。

$$\dot{\theta}_p(t) = -\frac{J_r + 2J_p}{2J_p} (\dot{\psi}(t) - \dot{\psi}(t_k)) + \dot{\theta}_p(t_k) \quad (1)$$

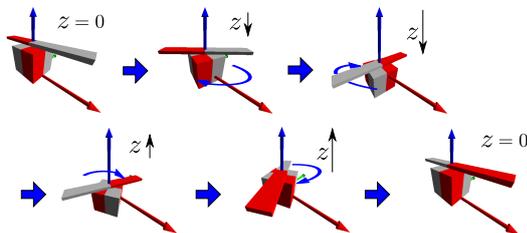


Fig. 1: Semi Hovering Motion

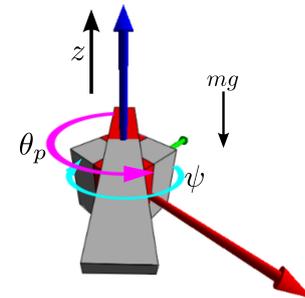


Fig. 2: MonoRotor Model

Table 1: Physical Variables

z : ロボットの重心位置 [m]
ψ : ロボット本体の姿勢角 [rad]
θ_p : ロボット本体から見たプロペラの相対角度 [rad]
τ : プロペラへの入力トルク [N·m]

Table 2: Physical Parameters

m : ロボットの質量	: 0.10 [kg]
J_r : ロボットの慣性モーメント	: 0.150 [kg·m ²]
J_p : プロペラの慣性モーメント	: 0.050 [kg·m ²]
k_p : プロペラの特性を表す係数	: 0.10 [kg/m]
g : 重力加速度	: 9.8 [kgm ²]

(1) を用いると、 $\dot{\theta}_p$ を非線形状態方程式から除くことができる。さらに、 θ_p はダイナミクスに寄与しないので、状態変数を $\mathbf{x} = [z, \psi, \dot{z}, \dot{\psi}]^T \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}$ と定義し、低次元化された MonoRotor モデルの状態方程式 (2) を得る。

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\tau, \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{g}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{4 \times 1} \quad (2)$$

3 制御戦略

擬似ホバリング制御の実現に向け、次の二階層の制御問題を考える。

- ・第一階層：姿勢角 ψ の制御
- ・第二階層：位置 z を姿勢角 ψ に同期

本制御戦略では、第一階層の制御目標を達成しながら第二階層の制御を達成する制御器が必要となる。

3.1 第一階層の制御：出力零化制御

$\psi \in \mathbb{S}$ は円筒座標であり, $\dot{\psi}$ は一周ごとに静止すれば良い. そこで時間区間 k を $k: [t_k, t_{k+1}]$ と定義し, 区間 k における姿勢角 ψ の目標軌道を $\psi_r^{\{k\}}(t)$ と定義する. $\psi_r^{\{k\}}(t)$ を (3) と設定し, 出力関数を (4) とする.

$$\psi_r^{\{k\}}(t) = \sin(2\pi f(t - t_k)) - 2\pi f(t - t_k) \quad (3)$$

$$h^{\{k\}}(\mathbf{x}, t) = \psi(t) - \psi_r^{\{k\}}(t) \quad (4)$$

Fig.5 に目標軌道のイメージ図を示す. (4) の相対次数は 2 次なので出力零化入力は (5) となる.

$$u^{\{k\}}(\mathbf{x}, t) = \frac{-(L_{f_n}^2 h^{\{k\}}(\mathbf{x}, t) - \ddot{\psi}_r^{\{k\}}(t)) + v}{L_{g_n} L_{f_n} h^{\{k\}}(\mathbf{x}, t)} \quad (5)$$

入出力線形化後のシステムは (6) となる. 出力零化を達成時 ($\xi \rightarrow \mathbf{O}^{2 \times 1}$) の状態 η を Zero Dynamics と呼ぶ.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} h(\mathbf{x}, t) \\ \dot{h}(\mathbf{x}, t) \\ z \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(\xi) \\ \dot{h}(\xi) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (6)$$

3.2 第二階層の制御：Zero Dynamics の制御

周期安定化の鍵となるのは, 出力関数の目標軌道 (3) の設計パラメータ f である. そこで, f_k を区間 $k: [t_k, t_{k+1}]$ における周波数と定義する. 第二階層の制御では, 時刻 t_k で f_k を更新することで出力関数を離散的に再設計する. この際, 出力関数の二階微分まで連続性が保証されるので, 結果出力零化を維持したまま Zero Dynamics の挙動だけを変えることができる.

初期時刻を t_k としたときの Zero Dynamics は, η を積分することで (7), (8) と算出される.

$$\text{if } \dot{\psi}(t - t_k) > 2 \frac{J_p}{J_r} \dot{\theta}_p(t_k) + \frac{J_r + 2J_p}{J_r} \dot{\psi}(t_k)$$

$$z(t - t_k) = a_2(t - t_k)^2 - a_1(t - t_k) + a_0 \quad (7)$$

$$\text{else } z(t - t_k) = b_2(t - t_k)^2 - b_1(t - t_k) + b_0 \quad (8)$$

ここで $a_i, b_i (i = 0, 1, 2)$ は, 周波数 f_k や初期値 $z(t_k), \dot{z}(t_k), \psi(t_k), \dot{\psi}(t_k)$ に依存した定数である. Zero Dynamics の解析結果 (7), (8) より, 時刻 t_k における $z(t), \dot{z}(t)$ をそれぞれ $z[k], \dot{z}[k]$ とすると, 離散化された Zero Dynamics は (9) となる.

$$\begin{bmatrix} z[k+1] \\ \dot{z}[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{f_k} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z[k] \\ \dot{z}[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \frac{1}{f_k^2} + B_{12} \frac{1}{f_k} + B_{13} \\ B_{21} \frac{1}{f_k} + B_{22} + B_{23} f_k \end{bmatrix} \quad (9)$$

出力関数の設計パラメータ f_k を (9) に対する仮想的な入力とみなし, (9) を周期安定とする f_k が設計できれば制御目標を達成できる. しかし, (9) から f_k を設計

Table 3: Simulation Parameters

q_0 : 初期状態:	$[z(0), \psi(0), \theta_p(0), \dot{z}(0), \dot{\psi}(0), \dot{\theta}_p(0)]^T$ $= [2.0, 2.0, 1.0, 0.5, -0.5, 2.0]^T$
q_{rk} : 目標状態:	$[z(t_k), \psi(t_k), \theta_p(t_k), \dot{z}(t_k), \dot{\psi}(t_k), \dot{\theta}_p(t_k)]^T$ $= [0.0, 0 \pmod{2\pi}, *, 0.0, 0.0, *]^T$

することは難しい. よってここでは $\psi = 0, \dot{\psi} = 0$ となるポアンカレ断面から仮想入力 f_k を設計する. Zero Dynamics の解析結果 (7) と (8) より, ψ の一周後の時刻 $t_{k+1} = t_k + \frac{1}{f_k}$ において $z(t_{k+1}) = 0$ となる周波数 $f_z^{\{k\}}$, さらに $\dot{z}(t_{k+1}) = 0$ となる周波数 $f_{dz}^{\{k\}}$ がそれぞれ算出される. これらを用いて周波数の更新則を (10) とする.

$$f^{\{k\}} = f_z^{\{k\}} a + f_{dz}^{\{k\}} (1 - a) \quad (10)$$

$$a = \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{|\dot{z}(t_k)|}{|z(t_k)|} \right) \right)$$

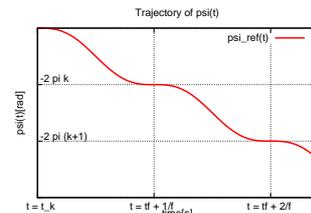


Fig. 3: Trajectory $\psi_r(t)$

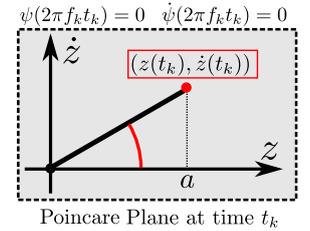


Fig. 4: image of $f^{\{k\}}$

4 数値シミュレーション

数値シミュレーションに用いた値を Table2, Table3 に示す. 出力零化を達成し, さらに Zero Dynamics を制御することで制御目標を達成していることが分かる.

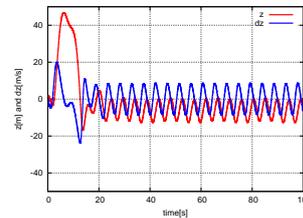


Fig. 5: $z(t)$ and $\dot{z}(t)$

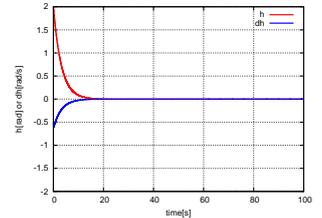


Fig. 6: $h(\mathbf{x}, t)$ and $\dot{h}(\mathbf{x}, t)$

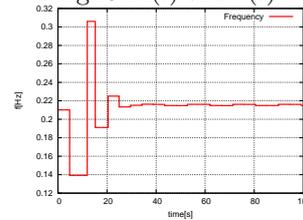


Fig. 7: Frequency f

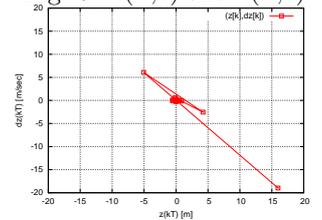


Fig. 8: $z[k]$ and $z[k+1]$

5 おわりに

本論文では, Zero Dynamics を陽に考慮した時変な出力関数を不連続に更新する制御器を提案し, MonoRotor モデルに対して擬似ホバリングを実現した.